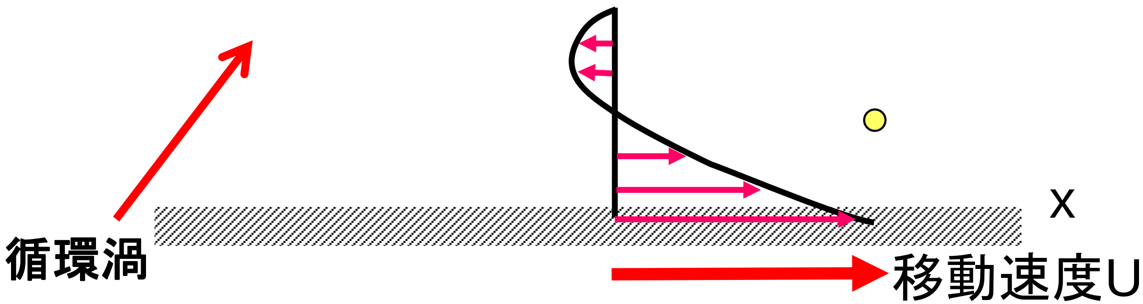
工業反応装置特論

講義時間：水曜/木曜6限
場所　　：8-1A
担当　　：山村

ブレード塗布の基礎

せん断粘度μ
単位幅当り流量q



移動固体と静止剛体ブレードに挟まれた
縮小流れの流れパターン

F. Davard, D. Dupuis、J. Non-Newtonian Fluid Mech. 93 (2000) 17–28

Q1. なぜ逆流（循環渦）が生じるか？
Q2. ブレードに働く力は図の上向きか下向きか？
Q3. 電池材料の塗布では金属成分の混入を嫌うため、柔軟な
　　樹脂ブレードが用いられる。流れはどう変化するか？

圧力分布の物理的説明（１）

基礎式（第１回講義参照）

$$\frac{dp}{dx}=6\mu U\frac{1}{H^2}-12\frac{\mu q}{H^3} \quad (1)$$

$\dfrac{dp}{dx}=0$となるクリアランスを$H=H^*$とすると

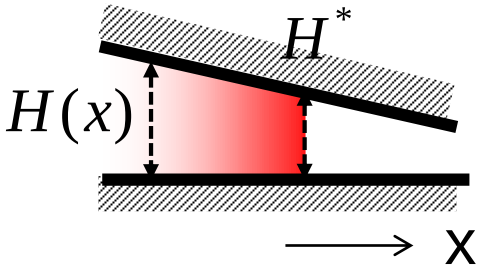
$$0=6\mu U\frac{1}{H^{*2}}-12\frac{\mu q}{H^{*3}} \quad \therefore H^*=\frac{2q}{U} \quad (2)$$

(2)を用いて(1)を書き直せば

$$\frac{dp}{dx}=\frac{6\mu U}{H^3}\left(H-H^*\right) \quad (3)$$

$(i)H>H^*$なら(3)より$\dfrac{dp}{dx}>0$

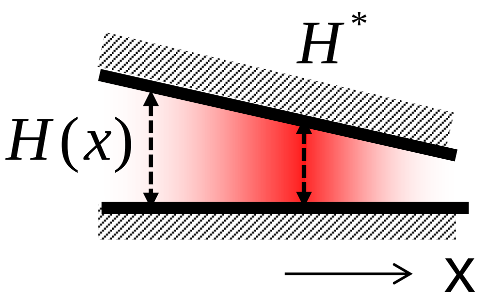
流れ方向に圧力増加

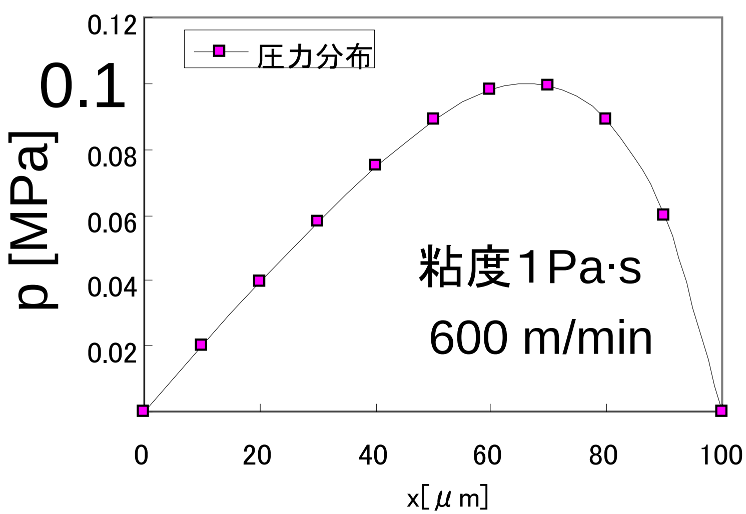


圧力分布の物理的説明(2)

$$(ii) H < H^{*} \text{ならば(3)より} \frac{dp}{dx} < 0$$

これら2つの流れを組み合わせると





計算例：ブレード幅100μm、両端は大気圧(0Pa)
クリアランスが100μmから50μmまで直線的に変化

10Pa =
1.02 mmH_2O

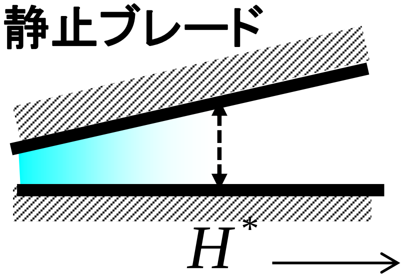
マノメータ

0.1 MPaは
何m水柱？

http://www.yamada-kk.com/products/meter/manometer.html

圧力分布の物理的説明(3)

Q. 拡大流れの場合、ブレードに働く力は図の上向きか下向きか？

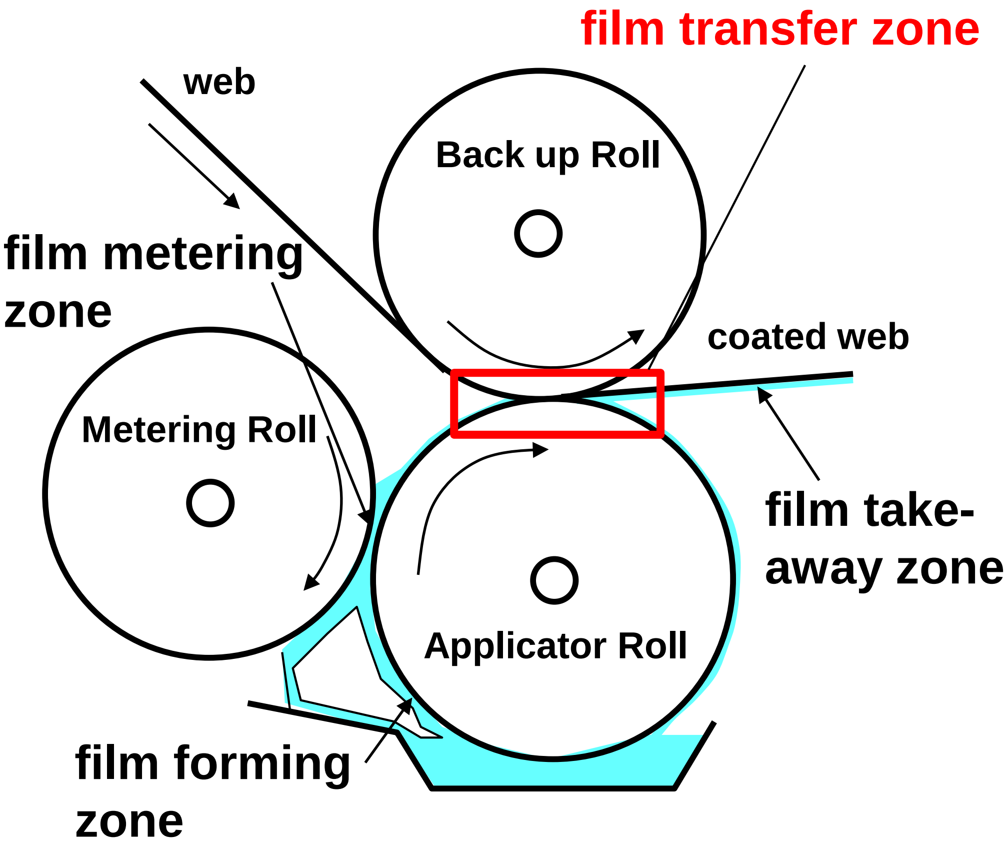


前頁の結果より次式が成り立つ

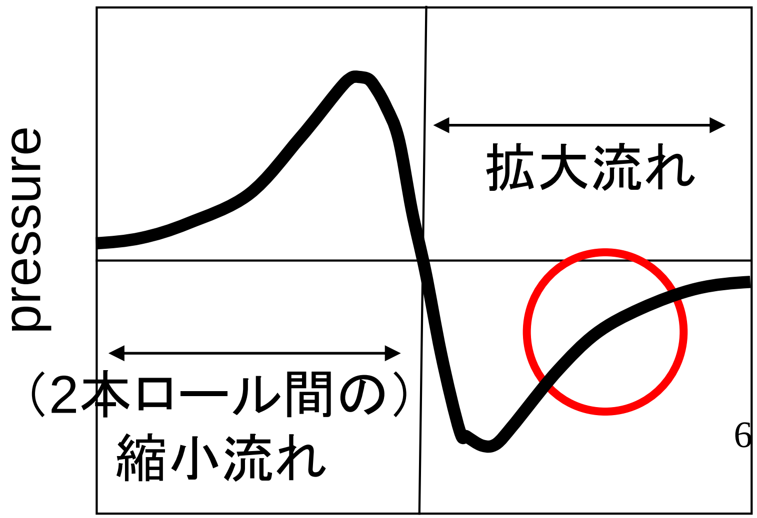
$$(i) H > H^* \text{では} \frac{dp}{dx} > 0$$

$$(ii) H < H^* \text{では} \frac{dp}{dx} < 0$$

縮小・拡大流れの組み合わせ:ロール塗布



FORWARD ROLL COATING



film transfer zoneにおける
流れ方向の圧力分布

剛体曲面ブレード(1)

任意のx座標におけるブレード・基板間のクリアランスが$H(x)=H_0\exp(-ax)$で与えられるような曲面を有する剛体ブレードを考える。

$$\frac{dp}{dx}=6\mu U\frac{1}{H^2}-12\frac{\mu q}{H^3}\quad(1)$$

$H=H_0e^{-ax}$より

$$\frac{dp}{dx}=6\mu U\frac{1}{H_0^{\ 2}}e^{2ax}-12\frac{\mu q}{H_0^{\ 3}}e^{3ax}$$

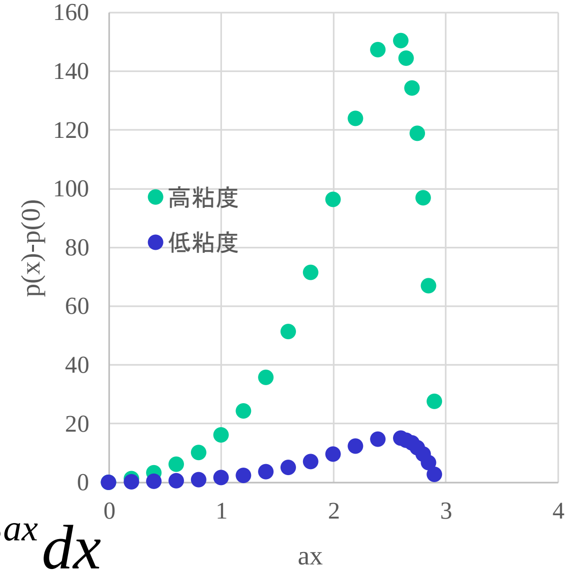
$x=0$からxまで積分すると

$$p(x)-p(0)=6\mu U\frac{1}{H_0^{\ 2}}\int_0^x e^{2ax}dx-12\frac{\mu q}{H_0^{\ 3}}\int_0^x e^{3ax}dx$$

$$=6\mu U\frac{1}{H_0^{\ 2}}\left[\frac{1}{2a}e^{2ax}\right]_0^x-12\frac{\mu q}{H_0^{\ 3}}\left[\frac{1}{3a}e^{3ax}\right]$$

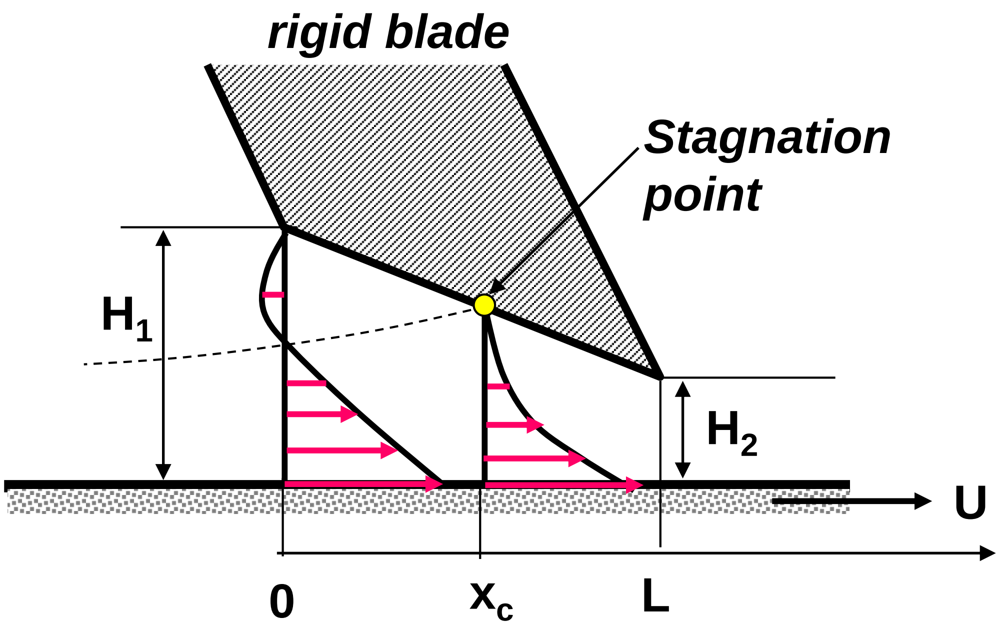
$$=\frac{\mu U}{aH_0^{\ 2}}\left[3(e^{2ax}-1)-\frac{4q}{H_0U}(e^{3ax}-1)\right]$$

$$\frac{\mu U}{aH_0^{\ 2}}=0.1\&1,\ \frac{q}{H_0U}=0.04$$



低粘度液では
圧力変化は少ない

剛体矩形ブレード(1)



クリアランスHは直線で与えられるので

$$H = ax + b \quad (4)$$

ただし$a = -\dfrac{H_1 - H_2}{L}, b = H_1$

潤滑理論から

$$\frac{dp}{dx} = 6\mu U \frac{1}{H^2} - 12\frac{\mu q}{H^3} \quad (1)$$

(4)を代入して

$$\frac{dp}{dx} = 6\mu U \frac{1}{(ax+b)^2} - 12\frac{\mu q}{(ax+b)^3}$$

剛体矩形ブレード(2)

流量qはxによらず一定であることに注意し

$x=0$で$p=p_1$(基準圧), $h=h_1$として積分すると

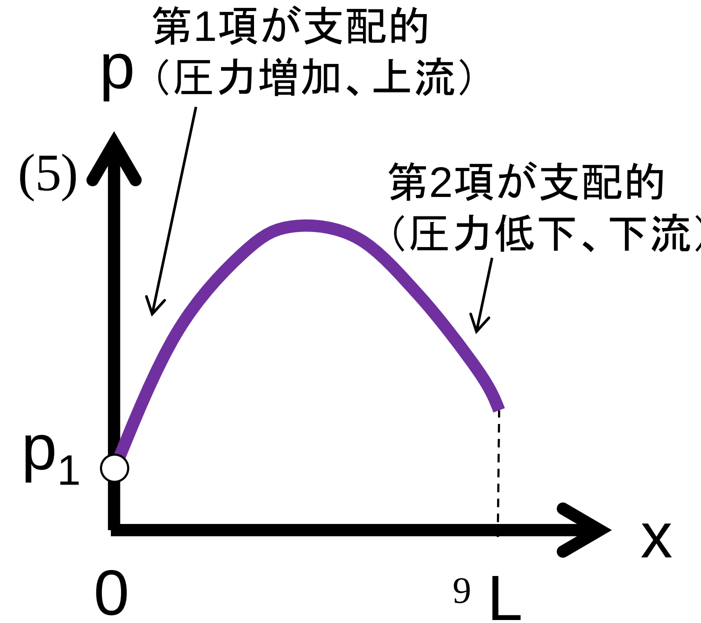
$$p-p_1=6\mu U\left[\frac{1}{a}\left(-\frac{1}{ax+b}\right)\right]_0^x+6\mu q\left[\frac{1}{a}\frac{1}{(ax+b)^2}\right]_0^x$$

$$=6\frac{\mu U}{a}\left(-\frac{1}{ax+b}+\frac{1}{b}\right)+\frac{6\mu q}{a}\left\{\frac{1}{(ax+b)^2}-\frac{1}{b^2}\right\}$$

$H=ax+b,\ a=-\dfrac{H_1-H_2}{L},\ b=H_1$を代入すれば

$$p-p_1=6\frac{\mu LU}{H_1-H_2}\left(\frac{1}{H}-\frac{1}{H_1}\right)-\frac{6\mu Lq}{H_1-H_2}\left(\frac{1}{H^2}-\frac{1}{H_1^{\,2}}\right) \qquad (5)$$

粘度μ、ブレード長さL、基板速度U、
流量q、およびクリアランスh(x)を
代入してプロットすると圧力分布が得られる。
ただしqはある位置xでのpを与えなければ
定められない。



剛体矩形ブレード(3)

特別な場合—ブレード両端が大気解放—

$$p - p_1 = 6\frac{\mu U}{a}\left(-\frac{1}{ax+b} + \frac{1}{b}\right) + \frac{6\mu q}{a}\left\{\frac{1}{(ax+b)^2} - \frac{1}{b^2}\right\}$$

ブレードの両端で圧力が等しいと考えて$x = L$で$p = p_1$

とすれば

$$0 = 6\frac{\mu U}{a}\left(-\frac{1}{aL+b} + \frac{1}{b}\right) + \frac{6\mu q}{a}\left\{\frac{1}{(aL+b)^2} - \frac{1}{b^2}\right\}$$

$$= 6\frac{\mu U}{a}\left(-\frac{1}{H_2} + \frac{1}{H_1}\right) + \frac{6\mu q}{a}\left\{\frac{1}{{H_2}^2} - \frac{1}{{H_1}^2}\right\}$$

$$= 6\frac{\mu U}{a}\left(-\frac{1}{H_2} + \frac{1}{H_1}\right) - \frac{6\mu q}{a}\left(-\frac{1}{H_2} + \frac{1}{H_1}\right)\left(\frac{1}{H_2} + \frac{1}{H_1}\right)$$

$$0 = U - q\left(\frac{1}{H_2} + \frac{1}{H_1}\right)$$

$$\therefore q = \frac{U}{1/H_1 + 1/H_2}$$

剛体矩形ブレード(4)

さらにブレードが基板に平行なら$H_1 = H_2 (= H)$として

$q = \dfrac{U}{2/H} = \dfrac{1}{2} HU$となりクエット流れにおける流量に一致

剛体矩形ブレード(5)

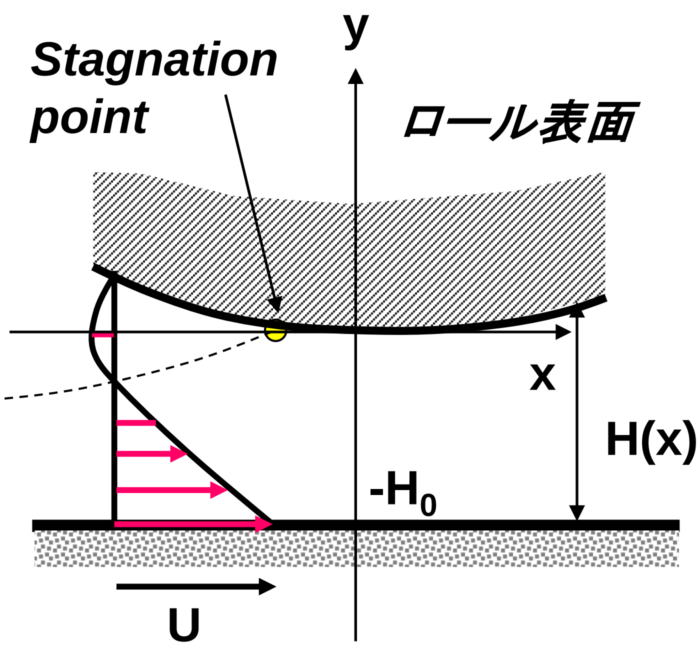
(5)を長さ方向に積分すれば、ブレードが流体から受ける
単位幅あたりの力Fが得られる。
ブレードの剛性が低い場合は、この力によってブレード先端が変形。

$$F \equiv \int_0^L p\,dx$$

$$\therefore F/L = p_1 + \frac{6\mu LU}{h_1 - h_2}\left[-\frac{L}{h_1 - h_2}\ln\left(1 - \frac{h_1 - h_2}{h_1}\right) - \frac{1}{h_1}\right]$$

$$+ \frac{6\mu Lq}{h_1 - h_2}\left[\frac{1}{h_1^{\,2}} + \frac{L}{h_1 - h_2}\left(\frac{1}{h_2} - \frac{1}{h_1}\right)\right] \qquad (6)$$

剛体ロール―平板間の流れ(1)



ロール軸上の最下部に原点を取る。
半径Rのロールの表面座標は

$$x^2+(y-R)^2=R^2$$

$$y=R+\sqrt{R^2-x^2}=R+R\sqrt{1-(x/R)^2}$$

$$x/R<<1\text{なら}\sqrt{1-(x/R)^2}\approx 1-\frac{1}{2}(x/R)^2$$

$$\text{と近似できるから}y\cong\frac{x^2}{2R}$$

$$\text{クリアランスは}H(x)=H_0+\frac{x^2}{2R}$$

$$\therefore H(x)/R=\frac{H_0}{R}+\frac{1}{2}\left(\frac{x}{R}\right)^2 \quad (7)$$

剛体ロール—平板間の流れ(2)

$\mu U/R$が圧力の単位を持つことに注意して

$p^* \equiv p/(\mu U/R), \quad x^* \equiv x/R$のように無次元化すると

潤滑理論の基礎式(1)より

$$\frac{dp^*}{dx^*} = 6\left(\frac{R}{H}\right)^2 - 12\frac{q}{RU}\left(\frac{R}{H}\right)^3$$

左辺を１次精度前進差分すると$\dfrac{dp^*}{dx^*} \approx \dfrac{p^{*(n+1)} - p^{*(n)}}{\Delta x^*}$より

$$p^{*(n+1)} = p^{*(n)} + \left[6\left(\frac{R}{H}\right)^2 - 12\frac{q}{RU}\left(\frac{R}{H}\right)^3\right]\Delta x^* \quad (8)$$

(7)を(8)の右辺に代入し、

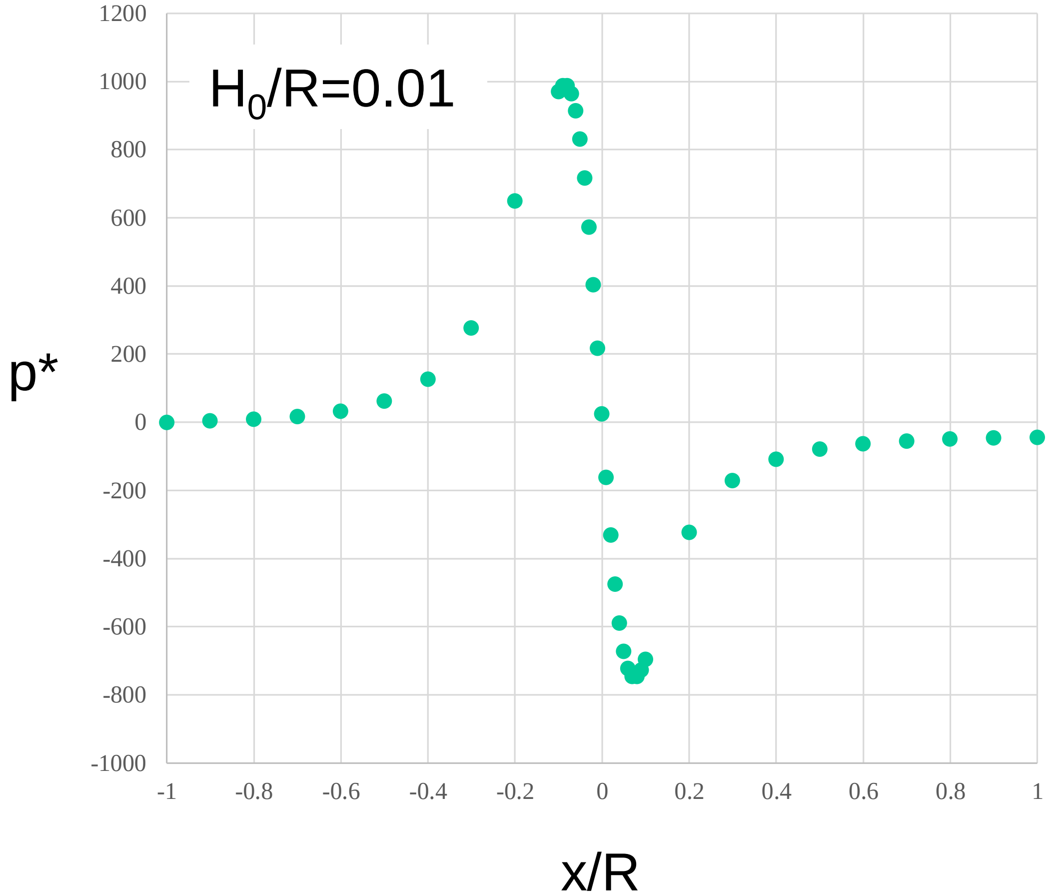
$p^{*(0)}$を与えて（例えば$p^{*(0)}=0$）式(8)より$p^{*(1)}$を求め

得られた$p^{*(1)}$を右辺に代入して$p^{*(2)}$を求め・・・

と順次圧力を求めればよい

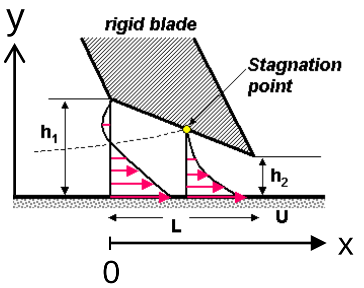
剛体ロール－平板間の流れ(3)

無次元流量q/(RU)=0.0066



一般にロール塗布ではx=∞および-∞における圧力は互いに等しいので
p*(∞)=p*(-∞）を満たすq/(RU)を試行法で探せばよい

Report 2 film thickness in blade coating 氏名



右図のようなブレード塗布を考える。基板表面に沿った方向にx軸、基板に垂直な方向にy軸をとり任意のx座標におけるブレード・基板間のクリアランスを$h(x)=h_1-(h_1-h_2)x/L$とする。
[問1]単位幅あたりの液体の流量をq(m²/s)と書き潤滑理論(lubrication theory)を用いると圧力勾配は次式で与えられる。

$$\frac{dp}{dx} = 6\mu U \frac{1}{h^2} - 12\frac{\mu q}{h^3} \quad (1)$$

式(1)をx=0から任意の位置xまで積分すると液体圧力p(x)は次式で表わされることを示せ。

$$p(x) = p_1 + \frac{6\mu LU}{h_1 - h_2}\left(\frac{1}{h(x)} - \frac{1}{h_1}\right) - \frac{6\mu Lq}{h_1 - h_2}\left(\frac{1}{h(x)^2} - \frac{1}{h_1{}^2}\right) \quad (2)$$

[問2] L = 100 μm,、h_1 = 100 μm、h_2 = 50 μm、U = 10 m/s、p_1 = 0 Paにおける圧力分布p(x)を図示せよ。ただし粘度μは各自で自由に定めてよく、流量qは次式で与えられるものとする。

$$q = \frac{U}{1/h_1 + 1/h_2} \quad (3)$$